ЗАДАЧІ ДЛЯ ТЕОРЕТИЧНОГО ТУРУ

1. З міст A і B, відстань між якими d = 10 км, виїхали з швидкостями v_1 і v_2 два автобуси. Коли автобуси їдуть назустріч один одному, то відстань між ними щосекунди зменшується на 5 м, а коли один автобус наздоганяє другий, то на 1м. Визначити швидкості автобусів. Через скільки часу t_1 і на якій відстані d_1 від міста A автобуси зустрінуться? Через скільки часу t_2 і на якій відстані d_2 від міста A перший автобус наздожене другий?

2. З міст A і B, відстань між якими d = 9 км, одночасно виїхали назустріч один одному два велосипедисти. В напрямі від A до B дме вітер з швидкістю v_0. Перший велосипедист проїхав відстань між містами за t_1 = 30 хв, а другий за t_2 = 40 хв. Визначити швидкості вітру v_0 і велосипедистів у тиху погоду v_1.

3. Між двома човнами, що рухаються назустріч один одному з швидкостями v_1 і v_2, літає зі сталою швидкістю v альбатрос. Яку відстань він пролетить до моменту зустрічі човнів, якщо початкова відстань між човнами була s?

4. Дві космічні станції зближуються з швидкістю $v = 8 \cdot 10^3$ км/год. З однієї станції на другу кожні Δt = 20 хв посилають поштові контейнери з швидкістю $v_1 = 8 \cdot 10^3$ км/год відносно першої станції. Визначити, скільки повідомлень отримає командир другої станції за одну годину?

5. Автомобіль проїхав відстань між містами за час t_1 з швидкістю v_1. Назад він їхав частину шляху з швидкістю v_2 теж час t_1, а решту часу — з швидкістю v_3. Визначити середню швидкість руху автомобіля.

6. Визначити середню швидкість поїзда, якщо першу третину шляху він їхав із швидкістю v_1 = 50 км/год, другу третину шляху з швидкістю v_2 = 75 км/год, а останню третину з швидкістю, вдвічі більшою за середню швидкість на перших двох ділянках.

7. Завершуючи сотий круг, лідер велогонки випередив основну групу на 3 круги. Визначити середню швидкість лідера, якщо середня швидкість групи 45км/год.

8. Визначити середню швидкість поїзда, якщо на проходження окремих ділянок, довжини яких відносяться як 1:3:4:2, потрібно було затратити часу у відношенні 2:4:3:1 і на останній ділянці швидкість дорівнювала 80 км/год.

9. Два туристи вирушили одночасно в подорож — один на велосипеді з швидкістю v_1, а другий пішки з швидкістю v_2. У певному місці на трасі велосипедист залишає велосипед для пішохода, а сам іде далі пішки. Обидва туристи одночасно прибувають у кінцевий пункт подорожі. З якою середньою швидкістю рухались туристи? Чи зміниться середня швидкість, якщо велосипедист віддасть у якійсь точці шляху велосипед третьому туристу, щоб той поїхав назустріч пішоходові і передав йому велосипед і щоб знову обидва туристи одночасно завершили подорож?

10. Мотоцикліст проїхав відстань між двома пунктами з швидкістю 40 км/год. Потім, збільшивши швидкість до 80 км/год, проїхав ще відстань, удвічі меншу. Визначити середню швидкість мотоцикліста за весь час руху.

11. Автомобіль проїхав першу половину шляху по шосе з швидкістю $v_1 = 90$ км/год, другу половину — грунтовою дорогою з швидкістю $v_2 = 30$ км/год. Визначити середню швидкість автомобіля.

12. Шлях від місця відпочинку до міста туристи подолали з середньою швидкістю 32 км/год частково пішки, частково автобусом і потім електричкою. З якою швидкістю пройдено кожен з відрізків шляху, якщо їх довжини відносяться як 1:4:45, а відповідні їм інтервали часу як 4:1:20?

13. Людина стоїть на відстані 6 м від річки. На відстані 34 м від річки горить багаття. Відстань між перпендикулярами, які сполучають берег річки з людиною і багаттям, дорівнює 30 м. Людина біжить із швидкістю $v = 5$ м/с до річки, зачерпує відро води, потім біжить до багаття і заливає його. Який мінімальний час їй потрібен для цього, якщо на зачерпування води їй треба $\tau = 5$ с?

14. Два велосипедисти їдуть зі швидкістю $v_1 = 35$ км/год. Один з них збільшує швидкість до $v_2 = 45$ км/год, їде з цією швидкістю $l = 10$ км, розвертається і не зменшуючи швидкості, повертається до першого велосипедиста. Скільки часу t минуло з моменту, коли велосипедист поїхав уперед, до моменту його повернення до партнера?

15. З одного міста в друге вийшов пішохід. Коли він пройшов відстань $s_1 = 27$ км, слідом за ним виїхав автомобіль, швидкість якого у 10 разів більша. До другого міста вони прибули одночасно. Яка відстань між містами?

16. Катер, що пливе річкою вниз, наздоганяє рятівний круг. Через 30 хв після цього катер повертає назад, не змінюючи потужності двигуна, і знову зустрічає круг на відстані 5 км від місця першої зустрічі. Визначити швидкість течії річки.

17. Людину, яка йде вздовж трамвайної колії, кожні 7 хв обганяє трамвай, а кожні 5 хв трамвай проходить назустріч. Як часто ходять трамваї?

2 458-8

18

18. Пішохід, велосипедист і мотоцикліст рухаються по шосе в один бік зі сталими швидкостями. В той момент, коли велосипедист і мотоцикліст перебували в одній точці, пішохід був на 10 км попереду них. Коли мотоцикліст наздогнав пішохода, велосипедист відставав від них на 5 км. На скільки кілометрів мотоцикліст обганятиме пішохода в момент, коли пішохода наздожене велосипедист?

19. Спортсмени біжать зі швидкістю v колоною довжиною l_0. Назустріч біжить тренер зі швидкістю u ($u < v$). Спортсмен, порівнявшись з тренером, біжить назад з тією самою швидкістю v. Якою буде довжина колони, коли всі спортсмени розвернуться?

20. Населені пункти A і B сполучені в одному випадку водним каналом, у другому — річкою, причому довжина кожного з шляхів дорівнює 12 км. Моторний човен, швидкість якого 16км/год, має пройти з пункту A в пункт B і повернутись назад за мінімальний час (човен повинен пройти в обидва кінці лише річкою або каналом). Який шлях човен пройде швидше?

21. Турист першу половину відстані проїхав на автомобілі в 10 разів швидше, ніж коли б ішов пішки, а другу половину на волах — удвічі повільніше, ніж коли б ішов пішки. Чи зекономив час турист, проїхавши всю відстань, а не пройшовши її пішки?

22. Два пішоходи одночасно вийшли з пункту A в пункт B. Половину часу, затраченого на шлях від A до B, перший пройшов з швидкістю v_1, а другу половину часу з швидкістю v_2. Другий пішохід першу половину шляху пройшов зі швидкістю v_2, а другу — зі швидкістю v_1. Хто з них прийшов у пункт B раніше?

23. Велосипедист їде маршрутом Київ — Біла Церква — Київ. У яку погоду (вітряну чи тиху) велосипедист затратить менше часу?

24. Два підводні човни пливуть на відстані l один за одним з однаковою швидкістю v. Випущений із заднього човна сигнал гідролокатора досягає переднього, відбивається і повертається назад. Визначити, через який час після відправлення прийнято відбитий сигнал. Швидкість звуку у воді u.

25. Рухомим ескалатором метро, порушуючи правила, біжать донизу два хлопці: один з швидкістю u, другий — з швидкістю в n разів більшою. Перший нарахував k_1, другий — k_2 східців. Визначити кількість східців ескалатора N і швидкість його руху v.

26. Ескалатор метро опускає людину, що біжить униз, за t_1 – 1 хв. За скільки

часу опуститься людина, яка стоїть на ескалаторі, якщо вгору ескалатором, що опускається вниз, вона вибігає за $t_2 = 4$ хв?

27. Моторним човном, що пливе вниз за течією річки, легко керувати стерном, встановленим на кормі човна. Чому цього не можна зробити з вимкнутим двигуном?

28. З Києва в бік Миронівки з інтервалом в $t_1 = 10$ хв відправились два електропотяги з швидкістю $v = 30$ км/год. Яку швидкість має зустрічний потяг, якщо він зустрів ці електропотяги через $t_2 = 4$ хв один після одного?

29. Торпедний катер, перебуваючи у точці A (рис.1), випускає дві торпеди по кораблю, який проходить у момент пуску через точку B. Швидкості руху торпед і корабля відносно води сталі (напрями й значення швидкостей задані на рис.1). За допомогою циркуля й лінійки визначити, чи влучать торпеди у корабель?

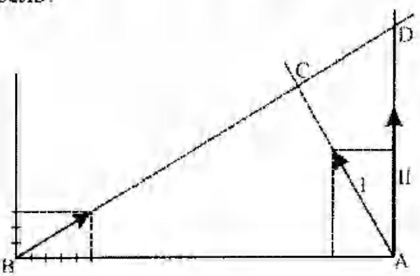

Рис. 1

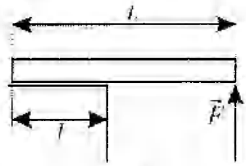

Рис. 2

30. Куб складено з великої кількості добре припасованих один до одного дерев'яних кубиків однакового об'єму, виготовлених з різних порід дерева: корка ($\rho_1 = 200$ кг/м^3), дуба ($\rho_2 = 700$ кг/м^3), кедра ($\rho_3 = 550$ кг/м^3) і чорного дерева ($\rho_4 = 1200$ кг/м^3). Яка середня густина куба, якщо кількість кубиків з цих матеріалів узяті відповідно у відношенні 3:4:2:1?

31. Однорідна балка довжиною $L = 6$ м однією частиною ($l = 1$ м) лежить на горизонтальній платформі, решта балки звішується з платформи (рис. 2). До кінця звисаючої частини прикладена вертикальна сила $\vec{F}$. Балка утримується в горизонтальному положенні, якщо значення сили лежить в інтервалі від мінімального значення F_{min} до максимального F_{max}. Знайти відношення F_{max}/F_{min}, якщо товщина балки значно менша за її довжину.

32. Упори-ролики A і $Б$ дають можливість "закріпити" балку горизонтально (рис. 3). Тиснути на балку роликом можна з силою, не більшою за F_0, інакше

ВІДПОВІДІ ТА РОЗВ'ЯЗКИ ЗАДАЧ ТЕОРЕТИЧНОГО ТУРУ

1. $v_1 = 3$ м/с, $v_2 = 2$ м/с, $t_1 \approx 33{,}3$ хв; $d_1 = 6$ км; $t_2 = 2$ год 47 хв; $d_2 = 30$ км. **2.** $v_0 = 2{,}3$ км/год; $v_1 = 15{,}8$ км/год. **3.** Човни зустрічаються через час $t = \dfrac{s}{v_1 + v_2}$. Стільки ж часу літає альбатрос і пролітає відстань $l = vt = \dfrac{sv}{v_1 + v_2}$. **4.** Друга станція за годину прийме $n = \dfrac{(v + v_1)t}{v_1 \Delta t} = 6$ штук контейнерів. **5.** $v_c = \dfrac{2v_1v_3}{2v_3 + v_1 - v_2}$. **6.** $v_c = \dfrac{12v_1v_2}{5(v_1 + v_2)} = 72$ км/год. **7.** $v = 46{,}4$ км/год. **8.** $v_c = 40$ км/год. **9.** $v_c = \dfrac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}$. У другому випадку середня швидкість туристів більша. **10.** $v_c = 48$ км/год. **11.** $v_c = 45$ км/год. **12.** $v_1 = 4$ км/год; $v_2 = 64$ км/год; $v_3 = 36$ км/год. **13.** Нехай людина зачерпує воду в точці O. Побудуємо точку A_1, симетричну точці A відносно лінії берега. Найкоротшим шлях буде тоді, коли прямі AO та OB утворюють однакові кути з берегом. Ця відстань $A_1B = \sqrt{DC^2 + (BC + AD)^2} = 50$ м. Тоді мінімальний час $t = \dfrac{A_1B}{v} + \tau = 15$ с. **14.** Повний час руху велосипедиста від початку обгону до зустрічі $t = \dfrac{2l}{v_1 + v_2} = 15$ хв. **15.** Згідно з умовою задачі $\dfrac{s - 27}{v_1} = \dfrac{s}{10v_1}$, звідки $s = 30$км. **16.** У системі відліку, зв'язаній з течією річки, катер віддаляється від круга 30 хв. і стільки ж часу рухається назад. За годину течія зносить круг на 5 км, отже, швидкість течії $v = 5$ км/год. **17.** $t = \dfrac{2t_1t_2}{t_1 + t_2} = 5$ хв 50 с. **18.** $x = 10$ км. **19.** $l = (v - u)t = l_0\dfrac{v - u}{v + u}$. **20.** Човен швидше здійснить поїздку каналом. **21.** Турист не зекономив час. **22.** Якщо $v_1 \neq v_2$, то перший пішохід прийде у B раніше. **23.** У тиху погоду велосипедист проїде маршрут швидше. **24.** Повний час $x = \dfrac{l}{u - v} + \dfrac{l}{u + v} = \dfrac{2lu}{u^2 - v^2}$. **25.** Час пробігу першого хлопця вздовж усього спуску дорівнює $\frac{l}{v+u}$, а пройдена відстань $\frac{ul}{v+u}$. Час пробігу другого хлопця $\frac{l}{v+nu}$, а пройдена ним відстань $\frac{nul}{v+nu}$. Число сходинок, нарахованих у першому й другому випадках, відповідно дорівнює $k_1 = \frac{ul}{v+u} \cdot \frac{N}{l}$ і $k_2 = \frac{nul}{v+nu} \cdot \frac{N}{l}$. З цих рівнянь знаходимо $v = u\frac{k_2 - k_1}{nk_1 - k_2}n$; $N = k_1\left(1+\frac{v}{u}\right) = \frac{k_1 k_2 (n-1)}{nk_1 - k_2}$. **26.** $t_3 = \frac{2t_1 t_2}{t_2 - t_1} = 2{,}7$ хв. **27.** Якщо вода відносно стерна не рухається, то вона не тисне на нього, і керувати човном у цьому випадку не можна. **28.** $v_1 = v\frac{t_1 - t_2}{t_2} = 45$ км/год. **29.** Торпеди влучать у корабель, якщо час їх руху до точок C і D $t_1 = \frac{AC}{v_1}$ і $t_2 = \frac{AD}{v_2}$ дорівнює часові руху корабля до цих самих точок $t_1' = \frac{BC}{v_k}$ і $t_2' = \frac{BD}{v_k}$. Вимірюють відстані й швидкості та порівнюють час руху. **30.** Середня густина куба дорівнює відношенню його маси $M = 3nV\rho_1 + 4nV\rho_2 + 2nV\rho_3 + nV\rho_4$ до об'єму $10nV$: $\rho = \frac{M}{10nV} = 0{,}1(3\rho_1 + 4\rho_2 + 2\rho_3 + \rho_4) = 570$ кг/м^3. **31.** При $F < F_{min}$ балка перевернеться, а при $F > F_{max}$ правий край балки підніматиметься. Запишемо правило моментів сил для цих випадків: $F_{min}(L - l) = m\left(\frac{L}{2} - l\right)g$ і $F_{max}L = mLg\frac{1}{2}$. Звідси $\frac{F_{max}}{F_{min}} = \frac{L-l}{L-2l}$. **32.** Сила тиску на ролик $Б$ дорівнює $R_Б = (m + M)g + R_А$. Для зменшення $R_Б$ слід зменшувати силу $R_А$ (гранично – до 0), а балку розмістити так, щоб при $R_А = 0$ вона перебувала у рівновазі (рис. 91). Тоді $F_0 = (m + M)g$, звідки $M = \frac{F_0}{g} - m$.

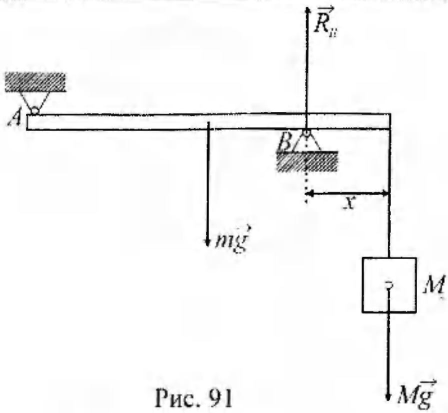

Рис. 91

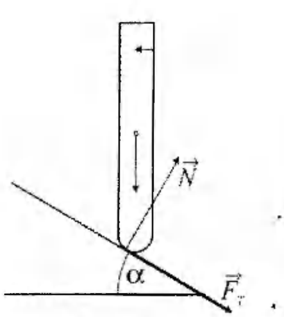

Рис. 92

Розміщення балки визначимо з правила моментів сил: $Mgx = mg(\frac{1}{2}L - x)$, звідки $x = \frac{1}{2}L\frac{m}{m+M}$. Обмеження на l є неістотним. **33.** На рис. 92 вказані сили, які діють на запірний стержень. Силу N можна зробити як завгодно великою, тому умовою проштовхування буде: $N\cos\alpha > F\sin\alpha$ або $\mu < \mathrm{ctg}\,\alpha$. **34.** При шарнірному закріпленні сила, з якою стержень діє на шарнір, спрямована вздовж стержня. Сума сил, які діють на шарнір C, у проекції на напрям, перпендикулярний до AC, дорівнює нулю. Тоді $F_{CD} = \frac{mg}{\sqrt{3}}$. Проекція невідомої сили F на напрям, перпендикулярний до стержня BD, дорівнює проекції сили F_{CD}, або $F_{CD}\frac{\sqrt{3}}{2}$. Це дорівнює мінімальному значенню цієї сили, тобто $F_x = \frac{1}{2}mg$, а оптимальний напрям, при якому такої сили достатньо для рівноваги,— перпендикулярний до BD. **35.** Сила натягу провода $F = 4mg$. Така сама сила діє на стовп у верхній точці. Запишемо умову рівноваги стовпа: $F_A{\cdot}AB = F{\cdot}H$, звідки $F_A = F\cdot\frac{H}{AB}$. Правило моментів відносно точки B запишеться: $F_B{\cdot}AB = F{\cdot}(H + AB)$, звідки $F_B = F(1+\frac{H}{AB})$.

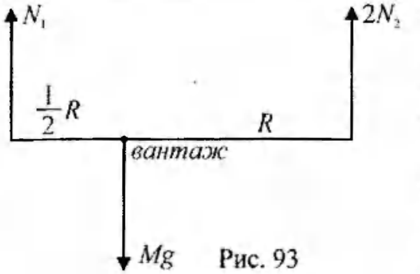

Рис. 93

36. Маляр має тягти мотузку із силою $\frac{1}{4}(m + M)g$ = 220,5 Н. Максимальна маса платформи $3M$ = 180 кг. **37.** Якщо тиск повітря в шинах зменшити, то площа зіткнення шин із піском збільшиться. Тиск на пісок при цьому зменшиться, отже, зменшиться глибина сліду. **38.** Запишемо умови рівноваги вантажу (рис. 93): $N_1 + 2N_2 = =Mg$ і $N_1\frac{1}{2}R = 2N_2R\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)$. З цих рівнянь $N_1 = \frac{2}{3}Mg$ і $N_2 = \frac{1}{6}Mg$. **39.** Після танення льоду рівень води в калориметрі не зміниться. Верхня частина кубика буде занурена на глибину $x_1 = \frac{1}{2}d\cdot\frac{\rho_п}{\rho_в} = \frac{1}{4}d$. Відстань до дна зміниться на $\Delta h = x_1 - x_2 = \frac{1}{4}d - \frac{1}{2}d\left(\frac{\rho_л}{\rho_в}+\frac{\rho_п}{\rho_в}-1\right) = \frac{1}{2}d\left(\frac{3}{2}-\frac{\rho_л+\rho_п}{\rho_в}\right)$ = 0,4 см. **40.** Із рівності моментів сил, які діють на плечі терезів у повітрі та вакуумі $(m_1g - \rho_0gV_1)l_1 = (m_2g - \rho_0gV_2)l_2$ і $m_1gl_2 = m_2gl_1$, дістанемо $\frac{l_2}{l_1} = \sqrt{\frac{1-\frac{\rho_0}{\rho_1}}{1-\frac{\rho_0}{\rho_2}}}$. Тоді $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_c} = \frac{l_2 - l_1}{\frac{1}{2}(l_2 + l_1)} = \frac{2\gamma-2}{\gamma+1}$. Остаточно $\varepsilon = \frac{\rho_0(\rho_1-\rho_2)}{2\rho_1\rho_2} \approx 1{,}8\cdot10^{-4}$ = 0,018%. **41.** Рівень води в посудині знизиться. **42.** Рівні води зміняться однаково. **43.** Запишемо умову рівноваги верхньої і нижньої половин тіла у рідині: $\rho_1gV + F - (\rho gV - \rho gHS) = 0$ і $\rho_2gV - F - (\rho gV + \rho gHS) = 0$, де F – сила взаємодії половинок. Звідси, з одного боку $\rho = \frac{1}{2}(\rho_1 + \rho_2)$, а з іншого $F = \frac{(\rho_2-\rho_1)gV}{2} - \rho gHS$. Оскільки $F \le F_0$, для глибини занурення H дістанемо $H \le \frac{(\rho_2-\rho_1)V}{(\rho_2+\rho_1)S} - \frac{2F_0}{(\rho_2+\rho_1)gS}$.